

Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas¹

¹Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026



Encontro 4: Aritmética de Ponto Flutuante

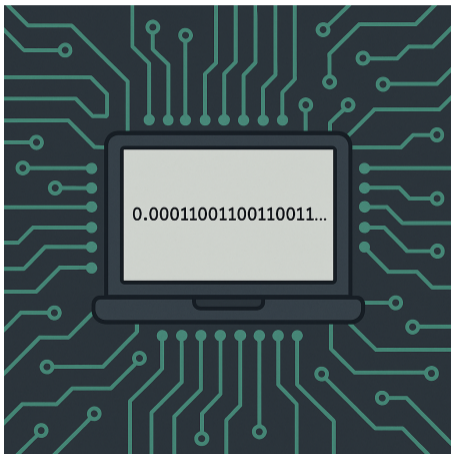
Objetivos



- Conversões entre bases.
- Notação científica.
- Arredondamento e erros.
- Aritmética de ponto flutuante.
- Compreender os erros nas conversões.
- Compreender o código em Python de erro de arredondamento.



Visão geral



Exemplo prático:

Python

```
0.1 + 0.2
```

```
0.30000000000000004
```

Motivo:

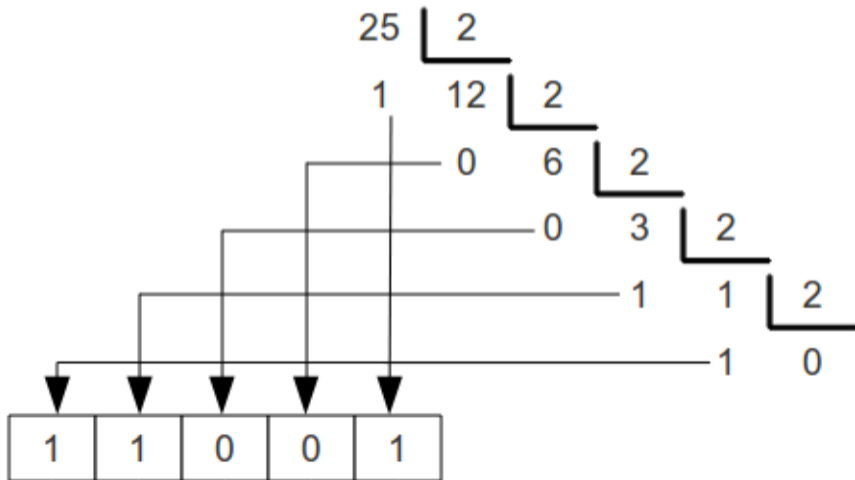
0,1 não é representável exatamente no binário.

Isso gera pequenos erros acumulados nos cálculos.

Entender a base 2 é essencial para compreender:

- Precisão numérica
- Arredondamento
- Estabilidade de métodos numéricos

Conversão de decimal para binário



Conversão de binário para decimal



$$2^6 \times 1 + 2^5 \times 0 + 2^4 \times 1 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 1 = 91$$

Conversão de bases



Converta os seguintes valores da sua base para binário ou decimal

1. $x = 2_{(10)}$
2. $x = 123_{(10)}$
3. $x = 10110_{(2)}$
4. $x = 1111_{(2)}$
5. $x = 1111_{(10)}$
6. $x = 27;75_{(10)}$
7. $1100;01_2$

Notação científica



Notação científica é uma forma de expressar números muito grandes ou muito pequenos de maneira mais simplificada.

Definição:

Formalmente, um número está em notação científica quando é representado como o produto de um número real (a), tal que $(1 < |a| < 10)$, e uma potência de 10, escrita como (10^n) , onde (n) é um número inteiro. A forma geral é:

$$a \cdot 10^n$$

onde a é a mantissa e n o expoente. Sendo, $1 < a < 10$ ou $10 < a < -1$ e n um número inteiro.

Notação científica



Converte de notação científica para decimal:

1. $x = 1,2 \cdot 10^5$
2. $x = 9,2 \cdot 10^{-5}$
3. $x = 7,2123 \cdot 10^7$

Notação científica



Converte de decimal para notação científica:

1. 1250000
2. 5000000000000
3. 0,0000256
4. 0,0000003
5. 0,0100003

Arredondamento e erros



Definição: Arredondamento por Truncamento

Se desejamos arredondar utilizando DIGSE= 3, devemos simplesmente ignorar os dígitos restantes após o terceiro significativo.

a saber que DIGSE significa DIGitos Significativos Exatos.

Arredondamento e erros



Definição: Arredondamento por aproximação

Se desejamos arredondar utilizando $DIGSE=3$, devemos olhar para o dígito seguinte a esse, ou seja, o quarto, o qual usaremos a notação d_4 . Se esse dígito for entre 0 e 4 não mudamos o terceiro dígito d_3 , porém se for entre 5 e 9 adicionamos uma unidade ao terceiro dígito.

Arredondamento e erros



Exemplo

Represente os números $x_1 = 0,437$, $x_2 = 0,144$, $x_3 = 0,495$ e $x_4 = 0,314159265 \cdot 10^1$ com dois dígitos significativos por truncamento e arredondamento.

Arredondamento e erros



Underflow

Ocorre quando o resultado de uma operação de ponto flutuante é menor em magnitude (ou seja, mais próximo de zero) do que o menor valor representável como um número de ponto flutuante normal no tipo de dados de destino. Isso significa que o resultado é tão pequeno que não pode ser adequadamente representado na memória do computador.

$$[x < \text{fmin}_N]$$

onde:

x é o resultado da operação.

(fmin_N) é o menor valor positivo normal representável em ponto flutuante.

É importante considerar essas limitações ao trabalhar com cálculos numéricos em ponto flutuante.

Arredondamento e erros



Overflow

Ocorre quando o resultado de uma operação de ponto flutuante é maior em magnitude do que o maior valor representável como um número de ponto flutuante normal no tipo de dados de destino. Isso significa que o resultado é tão grande que não pode ser adequadamente representado na memória do computador.

$$x > \text{fmax}_N]$$

onde:

x é o resultado da operação.

(fmax_N) é o maior valor positivo normal representável em ponto flutuante.

É importante considerar essas limitações ao trabalhar com cálculos numéricos em ponto flutuante.

Código-fonte de erro de arredondamento



Vamos criar dois programas:

1. O usuário entra com número e o programa devolve e notação científico, faça vice-verso.
2. Entrar com numero flutuante e retornar com truncamento e arredondamento definido pelo usuário.



Encontro 5: Ambiente de programação Google Colab

Google Colab

Conta Google

Criar conta e/ou;

Logar na conta;

Acessar o Google
Colab;

Seguir instruções da
aula;

Pratique.





Encontro 6: Aritmética de Ponto Flutuante + Aplicações

Tipos de erros



Vamos considerar basicamente dois tipos de erros: Absoluto e Relativo. Estas definições nos auxiliam no estudo da tolerância na aplicação de algum método numérico, bem como na sua convergência, que veremos mais adiante.

1. Absoluto
2. Relativo

Tipos de erros



Definição:

Erro absoluto EA ,

$$EA(x) = |x - x_j|$$

onde x tomamos como o valor exato e x_j a aproximação para o mesmo.

Tipos de erros



Definição:

Erro relativo ER ,

$$ER(x) = \frac{|x - x_j|}{|x|} = \frac{EA}{|x|}$$

Nota-se que o erro relativo é uma medida adimensional. Este conceito torna o erro relativo uma proporção com relação ao valor real.

Tipos de erros



Exemplo

Sejam $x = 123456;789$ e sua aproximação $x = 123000$. O erro absoluto é

$$|x - x_j| = |123456;789 - 123000| = 456;789$$

e o erro relativo é

$$\frac{|x - x_j|}{|x|} = \frac{|456;789|}{|123456;789|} = 0;00369999$$

ou ainda, 0,36%.

Aplicações



Converta para binário:

11

10

32

65

127

200

1401

4095

Converta para o sistema decimal:

10_2

11_2

111_2

10101_2

11110_2

11111_2

110010111_2

1000000001_2

Aplicações



Converta para notação científica:

15

123

325678

-457

0,765

0,00000012

-0,999900

-893,999812

Converta para o sistema decimal:

$1;5 \cdot 10^1$

$28 \cdot 10^6$

$3;982 \cdot 10^1$

$9;82 \cdot 10^3$

$1;982 \cdot 10^8$

$9;2 \cdot 10^2$

$7;8254 \cdot 10^7$

$3;72319832 \cdot 10^4$

Aplicações



Arredondamento:

0;1234 10 (DIGSE=3)

0;888888 10 (DIGSE=4)

0;3413 10 (DIGSE=2)

0;487 10 (DIGSE=1)

0;4231 10 (DIGSE=3)

0;1234674 10 (DIGSE=2)

0;12345 10 (DIGSE=4)

0;123455552 10 (DIGSE=6)

Truncamento:

0;1234 10 (DIGSE=3)

0;888888 10 (DIGSE=4)

0;3413 10 (DIGSE=2)

0;487 10 (DIGSE=1)

0;4231 10 (DIGSE=3)

0;1234674 10 (DIGSE=2)

0;12345 10 (DIGSE=4)

0;123455552 10 (DIGSE=6)

Aplicações



Calcule o erro relativo e o erro absoluto de uma área de um círculo, sabendo:

1. $R = 100m$
2. $\pi_1 = 3;14$
3. $\pi_2 = 3;141592$
4. $A = \pi R^2$

Aplicações



Utilizando o Python e uma ferramenta de IA, faça os seguintes programas:

1. Exiba o maior número de casas decimais do `math.pi`.
2. Faça um programa em Python, onde o usuário informe um número um número (inteiro) e o programa converta se for decimal para binário e vice-versa.
3. Faça um programa em Python que o usuário informe o número decimal e o programa exiba em notação científica. Faça também o processo inverso.

Importante!

Este material é exclusivo de uso do autor. Proibido copiar ou replicar.

rogeriovargas@ufpr.br



Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas¹

¹Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026