Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas[1]

[1]Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026

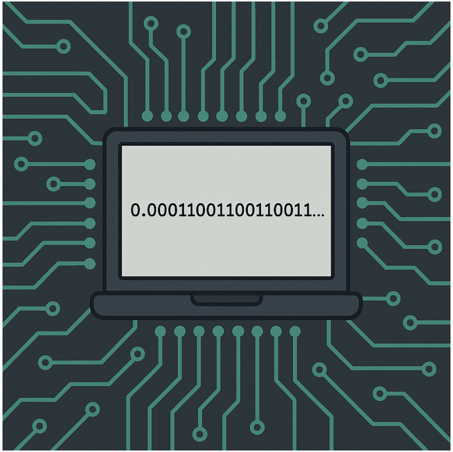
rogerio.in

Encontro 4: Aritmética de Ponto Flutuante

Objetivos

- Conversões entre bases.
- Notação científica.
- Arredondamento e erros.
- Aritmética de ponto flutuante.
- Compreender os erros nas conversões.
- Compreender o código em Python de erro de arredondamento.

Visão geral



Exemplo prático:

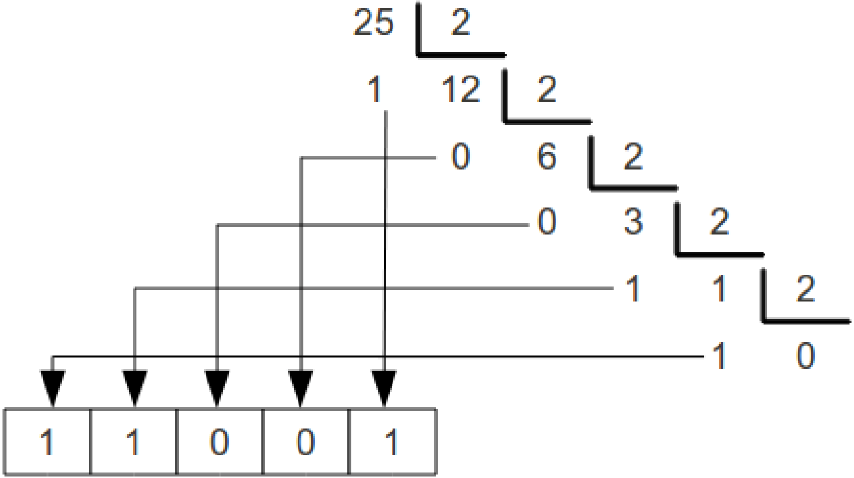
Python

```
0.1 + 0.2
0.30000000000000004
```

Motivo:

- 0,1 não é representável exatamente no binário.
- Isso gera pequenos erros acumulados nos cálculos.
- Entender a base 2 é essencial para compreender:
  - Precisão numérica
  - Arredondamento
  - Estabilidade de métodos numéricos

Conversão de decimal para binário



Conversão de binário para decimal

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
1	0	1	1	0	1	1

$$2^6 \times 1 + 2^5 \times 0 + 2^4 \times 1 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 1 = 91$$

Conversão de bases

Converta os seguintes valores da sua base para binário ou decimal

1. $x = 2_{(10)}$
2. $x = 123_{(10)}$
3. $x = 10110_{(2)}$
4. $x = 1111_{(2)}$
5. $x = 1111_{(10)}$
6. $x = 27,75_{(10)}$
7. $1100,01_2$

Notação científica

Notação científica é uma forma de expressar números muito grandes ou muito pequenos de maneira mais simplificada.

Definição:
Formalmente, um número está em notação científica quando é representado como o produto de um número real (a), tal que $(1 \leq |a| < 10)$, e uma potência de 10, escrita como (10^n), onde (n) é um número inteiro. A forma geral é:

$$a \cdot 10^n$$

onde a é a mantissa e n o expoente. Sendo, $1 \leq a < 10$ ou $-10 < a \leq -1$ e n um número inteiro.

Notação científica

Converta de notação científica para decimal:

1. $x = 1,2 \cdot 10^5$
2. $x = 9,2 \cdot 10^{-5}$
3. $x = -7,2123 \cdot 10^7$

Notação científica

Converta de decimal para notação científica:

1. 1250000
2. 500000000000
3. $0,0000256$
4. $-0,0000003$
5. $0,0100003$

Arredondamento e erros

Definição: Arredondamento por Truncamento
Se desejamos arrendondar utilizando DIGSE= 3, devemos simplesmente ignorar os dígitos restantes após o terceiro significativo.

a saber que DIGSE significa DIGitos Significativos Exatos.

Arredondamento e erros

Definição: Arredondamento por aproximação

Se desejamos arrendondar utilizando DIGSE= 3, devemos olhar para o dígito seguinte a esse, ou seja, o quarto, o qual usaremos a notação d_4. Se esse dígito for entre 0 e 4 não mudamos o terceiro dígito d_3, porém se for entre 5 e 9 adicionamos uma unidade ao terceiro dígito.

Arredondamento e erros

Exemplo

Represente os números $x_1 = 0,437$, $x_2 = 0,144$, $x_3 = -0,495$ e $x_4 = 0,314159265 \cdot 10^1$ com dois dígitos significativos por truncamento e arredondamento.

Arredondamento e erros

Underflow

Ocorre quando o resultado de uma operação de ponto flutuante é menor em magnitude (ou seja, mais próximo de zero) do que o menor valor representável como um número de ponto flutuante normal no tipo de dados de destino. Isso significa que o resultado é tão pequeno que não pode ser adequadamente representado na memória do computador.

$$[x < \text{fmin}_N]$$

onde:

- x é o resultado da operação.
- (fmin_N) é o menor valor positivo normal representável em ponto flutuante.

É importante considerar essas limitações ao trabalhar com cálculos numéricos em ponto flutuante.

Arredondamento e erros

Overflow

Ocorre quando o resultado de uma operação de ponto flutuante é maior em magnitude do que o maior valor representável como um número de ponto flutuante normal no tipo de dados de destino. Isso significa que o resultado é tão grande que não pode ser adequadamente representado na memória do computador.

$$x > \text{fmax}_N]$$

onde:

- x é o resultado da operação.
- (fmax_N) é o maior valor positivo normal representável em ponto flutuante.

É importante considerar essas limitações ao trabalhar com cálculos numéricos em ponto flutuante.

Código-fonte de erro de arredondmento

Vamos criar dois programas:

1. O usuário entra com número e o programa devolve e notação científico, faça vice-verso.
2. Entrar com numero flutuante e retornar com truncamento e arredondamento definido pelo usuário.

Encontro 5: Ambiente de programação Google Colab

Google Colab

Conta Google

- Criar conta e/ou;
- Logar na conta;
- Acessar o Google Colab;
- Seguir instruções da aula;
- Pratique.

Encontro 6: Aritmética de Ponto Flutuante + Aplicações

Tipos de erros

Vamos considerar basicamente dois tipos de erros: Absoluto e Relativo. Estas definições nos auxiliam no estudo da tolerância na aplicação de algum método numérico, bem como na sua convergência, que veremos mais adiante.

1. Absoluto
2. Relativo

Tipos de erros

Definição:
Erro absoluto EA,

$$EA(x) = |x - \bar{x}|$$

onde x tomamos como o valor exato e $x - \bar{x}$ a aproximação para o mesmo.

Tipos de erros

Definição:
Erro relativo ER,

$$ER(x) = \frac{|x - \bar{x}|}{|x|} = \frac{EA}{|x|}$$

Nota-se que o erro relativo é uma medida adimensional. Este conceito torna o erro relativo uma proporção com relação ao valor real.

Tipos de erros

Exemplo

Sejam $x = 123456,789$ e sua aproximação $\bar{x} = 123000$. O erro absoluto é

$$|x - \bar{x}| = |123456,789 - 123000| = 456,789$$

e o erro relativo é

$$\frac{|x - \bar{x}|}{|x|} = \frac{|456,789|}{|123456,789|} = 0,00369999$$

ou ainda, 0,36%.

Aplicações

Converta para binário:

- 11
- 10
- 32
- 65
- 127
- 200
- 1401
- 4095

Converta para o sistema decimal:

- 10_2
- 11_2
- 111_2
- 10101_2
- 11110_2
- 11111_2
- 110010111_2
- 10000000001_2

Aplicações

Converta para notação científica:

- 15
- 123
- 325678
- -457
- 0,765
- 0,00000012
- -0,999900
- -893,999812

Converta para o sistema decimal:

- $1,5 \cdot 10^1$
- $28 \cdot 10^{-6}$
- $3,982 \cdot 10^1$
- $9,82 \cdot 10^3$
- $-1,982 \cdot 10^8$
- $-9,2 \cdot 10^2$
- $-7,8254 \cdot 10^{-7}$
- $-3,72319832 \cdot 10^{-4}$

Aplicações

Arredondamento:

- $0,1234 \cdot 10$ (DIGSE=3)
- $0,888888 \cdot 10$ (DIGSE=4)
- $0,3413 \cdot 10$ (DIGSE=2)
- $0,487 \cdot 10$ (DIGSE=1)
- $0,4231 \cdot 10$ (DIGSE=3)
- $0,1234674 \cdot 10$ (DIGSE=2)
- $0,12345 \cdot 10$ (DIGSE=4)
- $0,1234555552 \cdot 10$ (DIGSE=6)

Truncamento:

- $0,1234 \cdot 10$ (DIGSE=3)
- $0,888888 \cdot 10$ (DIGSE=4)
- $0,3413 \cdot 10$ (DIGSE=2)
- $0,487 \cdot 10$ (DIGSE=1)
- $0,4231 \cdot 10$ (DIGSE=3)
- $0,1234674 \cdot 10$ (DIGSE=2)
- $0,12345 \cdot 10$ (DIGSE=4)
- $0,1234555552 \cdot 10$ (DIGSE=6)

Aplicações

Calcule o erro relativo e o erro absoluto de uma área de um círculo, sabendo:

1. $R = 100m$
2. $\pi_1 = 3,14$
3. $\pi_2 = 3,141592$
4. $A = \pi * R^2$

Aplicações

Utilizando o Python e uma uma ferramenta de IA, faça os seguintes programas:

1. Exiba o maior número de casas decimais do π.
2. Faça um programa em Python, onde o usuário informe um número um número (inteiro) e o programa converta se for decimal para binário e vice-versa.
3. Faça um programa em Python que o usuário informe o número decimal e o programa exiba em notação científica. Faça também o processo inverso.

Importante!

rogeriovargas@ufpr.br

rogerio.in

UFPR

Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas[1]

[1]Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026

rogerio.in

UFPR