Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas[1]

[1]Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026

rogerio.in

UFPR

Encontro 12: Zero Funções

Aplicações

O objetivo desta aula será realizar exercícios utilizando os métodos de zero de funções

1. Método do Ponto Fixo;
2. Método de Newton-Raphson;
3. Método da Secante.

Problema real: Antena Parabólica

Considere o processo de ajuste de uma antena parabólica para captar sinal de satélite.

- A antena é girada até encontrar o melhor sinal
- O sistema mede continuamente a qualidade do sinal
- Ajustes são feitos automaticamente

Definição:

- x: ângulo da antena
- qualidade do sinal: $\cos(x)$

O sistema realiza:

- mede o sinal
- ajusta o ângulo
- mede novamente

Esse processo se repete até estabilizar.

Condição de Equilíbrio

O sistema para de ajustar quando:

- o valor medido do sinal
- coincide com o ajuste aplicado

Ou seja:

$$\cos(x) = x$$

Interpretação:

- A antena está corretamente posicionada
- O sinal não melhora mais
- O sistema entra em equilíbrio

Esse valor de x é o ângulo ideal da antena.

Desafio do Problema

Considere:

$$\cos(x) = x$$

Problema:

- Não é possível resolver essa equação de forma analítica simples
- Não existe fórmula direta para obter x

Solução:

- Utilizar métodos numéricos
- Obter uma aproximação da solução

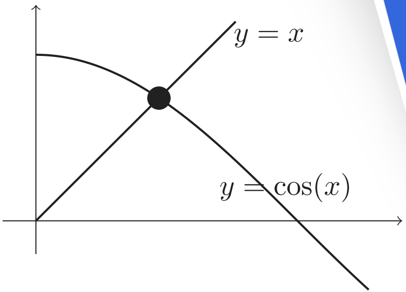
Interpretação Gráfica

$$y = \cos(x)$$

$$y = x$$

O ponto de interseção representa:

- o ângulo ideal da antena
- a condição de equilíbrio



Problema

Considere:

$$f(x) = \cos(x) - x$$

Objetivo:

- Encontrar uma raiz de $f(x) = 0$
- Intervalo: $[0, 1]$

Critérios:

- Máx. 4 iterações
- $\varepsilon = 0{,}1$
- 3 casas decimais (truncamento)

Método do Ponto Fixo

Considere:

$$\cos(x) - x = 0$$

Reescrevendo:

$$x = \cos(x)$$

$$g(x) = \cos(x)$$

Fórmula iterativa:

$$x_{k+1} = \cos(x_k)$$

Dado inicial:

$$x_0 = 0{,}500$$

MPF - Iterações

$$x_1 = \cos(0{,}500) = 0{,}877$$

$$x_2 = \cos(0{,}877) = 0{,}639$$

$$x_3 = \cos(0{,}639) = 0{,}802$$

$$x_4 = \cos(0{,}802) = 0{,}694$$

MPF - Análise

Erro:

$$|x_4 - x_3| = |0{,}694 - 0{,}802| = 0{,}108$$

Observações:

- Convergência lenta
- Oscilação entre valores

Método de Newton-Raphson

Função:

$$f(x) = \cos(x) - x$$

Derivada:

$$f'(x) = -\sin(x) - 1$$

Fórmula:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Dado:

$$x_0 = 0{,}500$$

Newton - Iterações

$$x_1 = 0{,}755$$

$$x_2 = 0{,}739$$

$$x_3 = 0{,}739$$

Newton - Análise

Erro:

$$|x_3 - x_2| = 0{,}000$$

Observações:

- Convergência muito rápida
- Alta precisão

Método da Secante

Função:

$$f(x) = \cos(x) - x$$

Fórmula:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

Dados:

$$x_0 = 0{,}000$$

$$x_1 = 1{,}000$$

Secante - Iterações

$$x_2 = 0{,}685$$

$$x_3 = 0{,}736$$

$$x_4 = 0{,}739$$

Secante - Análise

Erro:

$$|x_4 - x_3| = 0{,}003$$

Observações:

- Convergência rápida
- Não utiliza derivada

Comparação dos Métodos

Método	Velocidade	Observação
MPF	Lenta	Oscila
Newton	Muito rápida	Alta precisão
Secante	Rápida	Sem derivada

Interpretação do Problema

Considere:

$$\cos(x) = x$$

- Interseção de funções
- $y = \cos(x)$
- $y = x$

Conclusão:

- Não há solução analítica simples
- Necessário usar métodos numéricos

Importante!

rogeriovargas@ufpr.br

rogerio.in

UFPR

Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas[1]

[1]Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026

rogerio.in

UFPR