Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas[1]

[1]Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026

rogerio.in

UFPR

Encontro 22: Interpolação

De pontos discretos a uma função aproximada

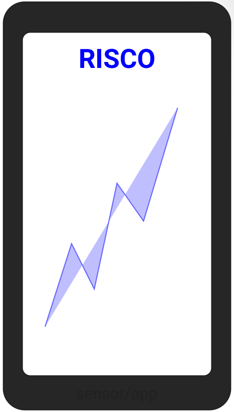
Pergunta
Hoje vamos construir a ideia de interpolação antes de formalizar os métodos.

Um sensor não mede tudo o tempo todo

Imagine um sensor ambiental registrando a cota de um rio.

- Às 08:00, a cota era de $1{,}21$ m.
- Às 08:15, a cota era de $1{,}49$ m.
- Mas precisamos saber a cota às 08:07.

> **Pergunta**
> Como estimar um valor que não foi medido?



Escolhendo uma hipótese

Temos apenas dois dados:

Horário	Cota do rio
08:00	$1{,}21$ m
08:15	$1{,}49$ m

Objetivo
Estimar a cota às 08:07.

Poderíamos imaginar várias estratégias:

- fazer um chute;
- usar uma média;
- desenhar uma curva;
- ligar os pontos por uma reta.

Hipótese de hoje
Entre dois pontos conhecidos, vamos aproximar o comportamento por uma reta.

Transformando o problema em pontos

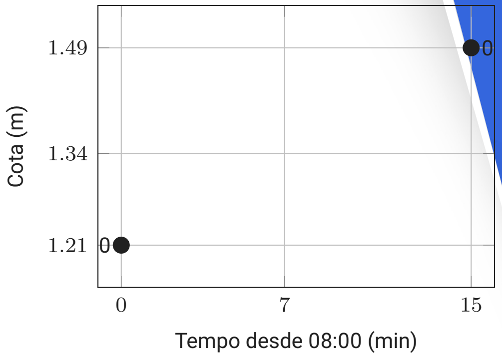
Medimos o tempo em minutos a partir das 08:00.

$$\begin{aligned} 08{:}00 \quad &\Rightarrow \quad x = 0 \\ 08{:}07 \quad &\Rightarrow \quad x = 7 \\ 08{:}15 \quad &\Rightarrow \quad x = 15 \end{aligned}$$

Os pontos conhecidos são:

$$(0,\ 1{,}21) \quad \text{e} \quad (15,\ 1{,}49)$$

Objetivo
Estimar a cota no ponto $x = 7$.



Interpolação linear

A variação total da cota foi:

$$1{,}49 - 1{,}21 = 0{,}28 \text{ m}$$

Em 15 minutos, o rio subiu $0{,}28$ m.

Em 7 minutos, percorremos a fração:

$$\frac{7}{15}$$

do intervalo total.

Logo:

$$C(7) = 1{,}21 + \frac{7}{15}(1{,}49 - 1{,}21)$$

$$C(7) \approx 1{,}341 \text{ m}$$

Ideia
Partimos do valor inicial e somamos uma fração da variação total.

Visualizando a interpolação linear

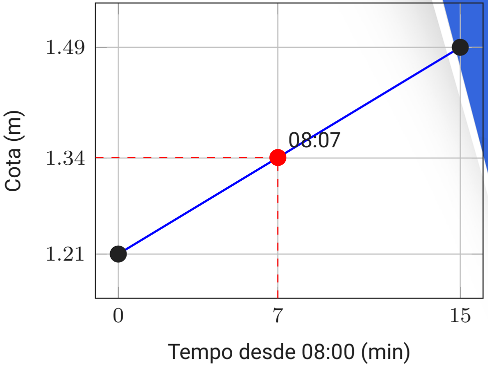
A ideia é ligar os dois pontos conhecidos por uma reta.

Isso significa assumir que, entre 08:00 e 08:15, a cota variou de forma aproximadamente linear.

Resultado

A estimativa para 08:07 é:

$$C(7) \approx 1{,}341 \text{ m}$$



A fórmula geral

Dados dois pontos:

$$(x_0, y_0) \quad \text{e} \quad (x_1, y_1)$$

queremos estimar o valor de $f(x)$ para um ponto x entre x_0 e x_1.

Interpolador linear

$$f(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

A fração

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

indica quanto já caminhamos de x_0 até x_1.

A mesma ideia em forma paramétrica

A fórmula anterior calcula diretamente y para um valor de x.

Mas, quando queremos gerar pontos intermediários entre dois pontos, é comum usar um parâmetro t.

$$0 \leq t \leq 1$$

Quando:

$$t = 0 \Rightarrow P_0$$

$$t = 1 \Rightarrow P_1$$

Dados:

$$P_0 = (x_0, y_0) \quad \text{e} \quad P_1 = (x_1, y_1)$$

os pontos intermediários são:

$$x(t) = (1 - t)x_0 + tx_1$$

$$y(t) = (1 - t)y_0 + ty_1$$

Próxima aula
Essa forma será útil para gerar novos pontos entre pontos consecutivos.

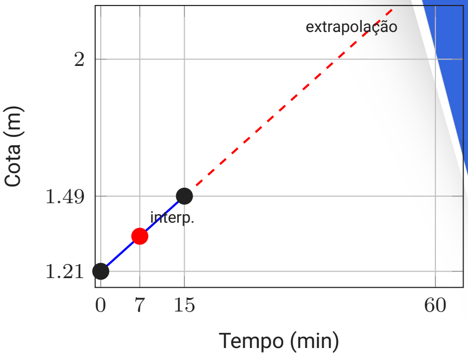
Interpolação ou extrapolação?

Usando os dados das 08:00 e das 08:15:

- estimar às 08:07 é interpolar;
- estimar às 09:00 é extrapolar.

Interpolação
Estimativa dentro do intervalo dos dados conhecidos.

Extrapolação
Estimativa fora do intervalo dos dados conhecidos.

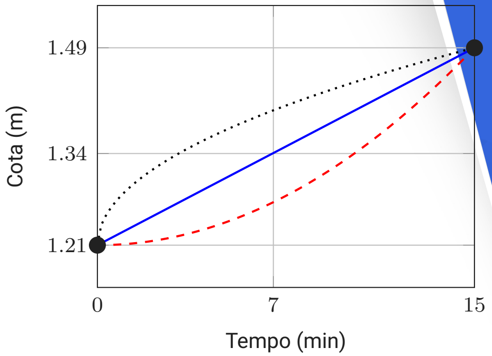


O interpolador é uma hipótese

Dois pontos não contam toda a história.

Entre 08:00 e 08:15, o rio poderia ter se comportado de várias formas:

- subida quase linear;
- subida mais forte no início ou fim final;
- pequenas oscilações.



Conclusão

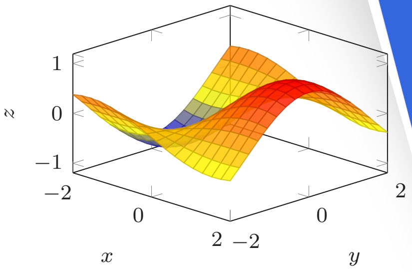
O interpolador não descobre a função verdadeira. Ele constrói uma aproximação.

Quando a interpolação é útil?

Interpolação aparece quando temos dados discretos, mas queremos estimar valores intermediários.

Exemplos

- sensores ambientais;
- temperatura ao longo do dia;
- cota de rios e marés;
- mapas e superfícies;
- imagens digitais;
- gráficos em aplicações;
- dados faltantes em séries temporais.



Superfície gerada a partir de valores discretos.

Da fórmula para o algoritmo

Na próxima aula prática, vamos implementar o interpolador linear.

Forma para estimar y a partir de x

$$f(x) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Forma para gerar pontos intermediários

$$x(t) = (1 - t)x_0 + tx_1 \qquad y(t) = (1 - t)y_0 + ty_1$$

Resumo da aula

Interpolar é estimar valores entre pontos conhecidos.

Ideias principais:

- dados reais muitas vezes são discretos;
- interpolação cria uma função aproximada;
- a interpolação linear liga dois pontos por uma reta;
- interpolar é diferente de extrapolar;
- todo interpolador depende de uma hipótese;
- a forma paramétrica será útil para gerar pontos intermediários.

Mensagem final

Interpolação transforma dados incompletos em uma estimativa útil.

Encaminhamento

Na próxima aula prática, vamos usar Python para:

- representar pontos no plano;
- calcular distância entre pontos;
- decidir quantos pontos intermediários inserir;
- aplicar interpolação linear em cada segmento;
- visualizar o resultado em gráficos.

> **Prática**
> Vamos partir de poucos pontos e gerar uma representação mais densa da curva.

Importante!

Este material é exclusivo de uso do autor. Proibido copiar ou replicar.

rogeriovargas@ufpr.br

Cálculo Numérico

Um guia prático com Python

Prof. Dr. Rogério Vargas[1]

[1]Centro de Estudos do Mar
Universidade Federal do Paraná

2026

rogerio.in

UFPR